**Modèles linéaires pour actuaire (ACT-2003)** [kevin.laliberte-lapalme.1@ulaval.c](mailto:kevin.laliberte-lapalme.1@ulaval.c)a

Dépannage #2 : Propriétés de l’estimateur des moindres carrés (EMC)

**#1**  On adopte le modèle de linéaire simple de n couples   satisfaisant



On suppose que les résidus , sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (I.I.D) de la loi normale.

1. Montrer que 
2. Montrer que 
3. Montrer que 

**#2**  Les observations suivantes concernent la fréquence cardiaque d’hommes de 45 ans (Yi) au repos par rapport à leur poids (Xi) en kilogramme.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Observation(i) | Xi | Yi |
| 1 | 90 | 62 |
| 2 | 86 | 45 |
| 3 | 67 | 40 |
| 4 | 89 | 55 |
| 5 | 81 | 64 |
| 6 | 75 | 53 |

1. Tracer le nuage de points et tracer la droite de la régression linéaire simple. Donnez l’équation  avec les paramètres calculés.
2. Calculez le coefficient de détermination (R2).
3. Calculer et tracer la droite de régression linéaire simple passant par l’origine. Donnez l’équation.
4. Maintenant, enlever le point 3 (67;40) de la base de données et recalculer (i) et (ii). Est-ce que la régression semble-t-elle meilleure ? Expliquez.

**# 3** Le tableau suivant contient la liste de 14 pays d’Amérique du Nord et d’Amérique Centrale, dont la population dépassait le million d’habitants en 1985. Pour chaque pays, on mesure le taux de natalité yi (nombre de naissances annuel pour 1000 habitants) ainsi que le taux d’urbanisation xi (pourcentage de la population vivant dans des villes de plus de 100 000). On fait l’hypothèse d’un modèle de régression linéaire simple du type, c’est-à-dire que le taux de natalité dépend linéairement du taux d’urbanisation.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Observations | Taux d’urbanisation | Taux de natalité |
| 1 | 55.0 | 16.2 |
| 2 | 27.3 | 30.5 |
| 3 | 33.3 | 16.9 |
| 4 | 56.5 | 16.0 |
| 5 | 11.5 | 40.2 |
| 6 | 14.2 | 38.4 |
| 7 | 13.9 | 41.3 |
| 8 | 19.0 | 43.9 |
| 9 | 33.1 | 28.3 |
| 10 | 43.2 | 33.9 |
| 11 | 28.5 | 44.2 |
| 12 | 6.8 | 24.6 |
| 13 | 37.7 | 28.0 |
| 14 | 37.1 | 33.1 |

1. Calculer l’écart-type de  et de 
2. Calculer la covariance entre  et 